

Алгоритмы Sum Product и Min Sum

Ю. Цуканов и Ю. Ершова

Образовательный центр "Сириус"

21 Августа 2020

Дано:

LDPC- проверочная матрица A , размер 400 на 520.

Задача:

Декодировать кодовое слово, зашумленное по Гауссу $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Обозначения:

$N_m = \{n : A_{mn} = 1\}$ - номера бит, которые участвуют в проверке.

$F_{n,m}$ - Сообщение от variable node n к check node m .

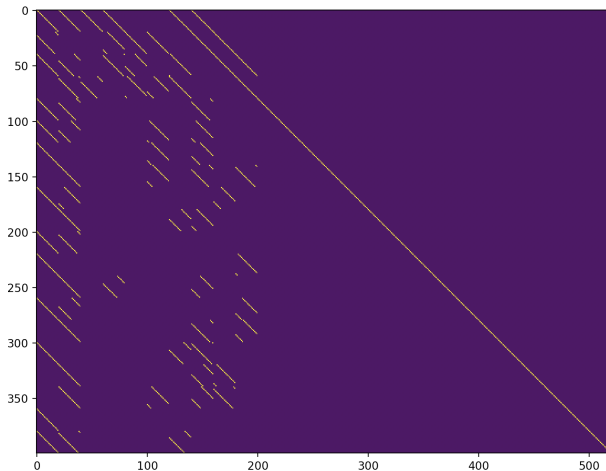
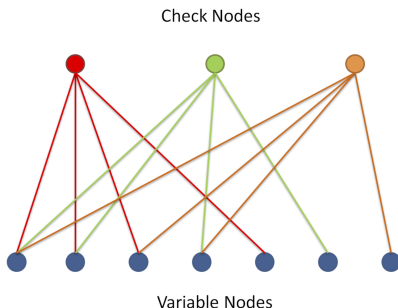


Рис.: Проверочная матрица

В алгоритме Sum- Product проверочные вершины обновляются по правилу:

$$L_{e_k} = 2 \operatorname{atanh} \left(\prod_{k \neq k'} \tanh \left(\frac{L_v(e_{k'})}{2} \right) \right)$$



В переменных вершинах происходит суммирование:

$$L_v(e_j) = L_{ch} + \sum_{j' \neq j} L_c(e_{j'})$$

Check node update:

$$L_{e_k} = 2 \operatorname{atanh} \left(\prod_{k \neq k'} \tanh \left(\frac{L_v(e_{k'})}{2} \right) \right) =$$
$$2 \operatorname{atanh} \prod_{n' \in N_m/n} \operatorname{sgn}(F_{n',m}) \prod_{n' \in N_m/n} \tanh \left(\frac{|F_{n',m}|}{2} \right)$$

Check node update:

$$\begin{aligned} L_{e_k} &= 2 \operatorname{atanh} \left(\prod_{k \neq k'} \tanh \left(\frac{L_v(e_{k'})}{2} \right) \right) = \\ &2 \operatorname{atanh} \prod_{n' \in N_m/n} \operatorname{sgn}(F_{n',m}) \prod_{n' \in N_m/n} \tanh \left(\frac{|F_{n',m}|}{2} \right) = \\ &\prod_{n' \in N_m/n} \operatorname{sgn}(F_{n',m}) 2 \operatorname{atanh} \prod_{n' \in N_m/n} \tanh \left(\frac{|F_{n',m}|}{2} \right) \end{aligned}$$

Check node update:

$$\begin{aligned} L_{e_k} &= 2 \operatorname{atanh} \left(\prod_{k \neq k'} \tanh \left(\frac{L_v(e_{k'})}{2} \right) \right) = \\ &= 2 \operatorname{atanh} \prod_{n' \in N_m/n} \operatorname{sgn}(F_{n',m}) \prod_{n' \in N_m/n} \tanh \left(\frac{|F_{n',m}|}{2} \right) = \\ &= \prod_{n' \in N_m/n} \operatorname{sgn}(F_{n',m}) 2 \operatorname{atanh} \prod_{n' \in N_m/n} \tanh \left(\frac{|F_{n',m}|}{2} \right) \end{aligned}$$

Замечание: Наименьший аргумент $|F_{n',m}|$ доминирует в произведении.

Можно упростить формулу и оставить только наименьший член:

$$L_{e_k} = \prod_{n' \in N_m/n} \operatorname{sgn}(F_{n',m}) \min_{n' \in N_m/n} |F_{n',m}|$$

- это и есть формула для Min- Sum

Декодирование Sum- Product

SumProduct изначально = 182.0

после 1 итерации : J = 135

после 2 итерации : J = 99

после 3 итерации : J = 75

после 4 итерации : J = 66

после 5 итерации : J = 36

после 6 итерации : J = 12

после 7 итерации : J = 4

после 8 итерации : J = 0

исходное: [0. 1. 1. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 1. 0. 1. 1. 1. 1. 0. 0. 1. 0. 1. 1. 0.]

с шумом [0. 1. 0. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 0. 1. 1. 1. 1. 1. 0. 0. 0. 0. 0. 1. 0. 0.]

результат [0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]

Отличия шумного кода от исходного 3.0

Отличия результата от исходного кода: 0.0

Рис.: Результат декодирования Sum- Product

Декодирование Min- Sum

MinSum: изначально = 182.0

после 1 итерации : J = 141

после 2 итерации : J = 125

после 3 итерации : J = 118

после 4 итерации : J = 97

после 5 итерации : J = 80

после 6 итерации : J = 69

после 7 итерации : J = 49

после 8 итерации : J = 37

после 9 итерации : J = 21

после 10 итерации : J = 4

после 11 итерации : J = 1

после 12 итерации : J = 0

исходное: [0. 1. 1. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 1. 0. 1. 1. 1. 1. 0. 0. 1. 0. 1. 1. 0.]

с шумом [0. 1. 0. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 0. 1. 1. 1. 1. 1. 0. 0. 0. 0. 0. 1. 0. 0.]

результат [0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]

Отличия шумного кода от исходного 3.0

Отличия результата от исходного кода: 0.0

Рис.: Результат декодирования Min- Sum

Спасибо за внимание !